Infirmer la Conjecture de Catalan ?
Un chemin long et tortueux !

Il semblerait que les articles de Richard Guy et John Selfridge précisent qu'aucun guide ou driver ne puisse persister indéfiniment dans les termes successifs d'une suite aliquote, voir ces articles aux adresses suivantes. (http://www.ams.org/journals/mcom/1975-29-129/S0025-5718-1975-0384669-X/S0025-5718-1975-0384669-X.pdf et http://www.ams.org/journals/mcom/1980-34-149/S0025-5718-1980-0551309-8/S0025-5718-1980-0551309-8.pdf).
Cette affirmation ne semble pas démontrée. Ce serait plutôt une observation "numérique", comme le note Youssef Chtaibi.

Ces articles disent-ils bien cela, mon mauvais anglais me le laisse comprendre ? Je posais cette question sur le mersenneforum (http://www.mersenneforum.org/showthread.php?t=16149), mais personne n'a pu me confirmer que cette interprétation de ces deux articles était bonne ?

Dans une première partie, nous discuterons de la conservation des guides 2 et 3.
Dans une deuxième partie, nous présenterons une généralisation : tentative de voir si un guide quelconque va être retrouvé une fois qu'il a été perdu.

I) Discussion sur la conservation des guides 2 et 3

AVERTISSEMENT : les calculs et les raisonnements probabilistes présentés dans cette première partie visent surtout à donner des idées aux lecteurs. Il est en effet difficile de formuler ces idées de manière très rigoureuse, d'autant plus qu'on peut aborder ces calculs de probabilités sous différents angles. L'une des principales difficultés réside aussi dans le fait que quand on calcule une suite aliquote et que l'on itère, cela ne revient probablement pas pas à "tirer" des nombres au hasard et qu'on ne peut donc pas considérer qu'à chaque itération, on "pioche" un nombre au hasard.
Mais essayons de donner une idée d'un tel calcul malgré cela !

<u>A) Discussion sur la conservation du guide 2 :</u>

Essayons de tenir un raisonnement probabiliste pour voir si le guide 2 peut se conserver indéfiniment dans les termes d'une suite aliquote.

On sait qu'on a de l'ordre d'une chance sur $z\sqrt{n}$ de tomber sur un carré parfait ou le double d'un carré parfait si on calcule σ'(n). La meilleure valeur de z que nous ayons trouvée est $4/(2+\sqrt{2})$.

Nous avons considéré un intervalle [n-ε;n+ ε] avec n>> ε et nous avons fait un développement limité pour dénombrer la densité des carrés parfaits et des doubles de carrés parfaits dans le voisinage de n. Il est en effet impossible de déterminer numériquement cette densité en un temps de calcul raisonnable !

ATTENTION :
Des termes uniquement pairs d'une suite aliquote assurent une croissance des termes qui vaut en moyenne C(k), lorsque l'on passe de l'itération k-1 à l'itération k (Voir travaux encours sur le sujet). Mais en l'état actuel de nos connaissances, nous ne connaissons pas la forme de la fonction C en fonction de k.

Si l'on part du principe que si on lance un dé équilibré à 6 faces 10 fois, la probabilité d'avoir au moins un 6 se calcule : p=1-(5/6)^10=0.8384...

Ici, on prend n comme nombre de départ. On considère qu'à chaque itération, on "lance un dé" et qu'on a une chance sur $z\sqrt{n}$ de tomber sur un nombre impair qui fera "descendre" la suite aliquote vers 1. Mais en même temps, les termes de la suite aliquote croissent d'un facteur C(k) défini ci-dessus, quand on passe de l'itération k-1 à l'itération k.
Attention : le calcul ci-dessous n'est valable que si les événements sont indépendants entre eux !
Mais cela ne doit peut-être pas être considéré ainsi !

Résumons cela par un tableau :

	Après itération 1	Après itération 2	Après itération 3	Après itération 4	...	Après itération k
Ordre de grandeur du terme (départ sur l'entier n)	C(1)n	C(2)n	C(3)n	C(4)n		C(k)n
Probabilité de tomber sur un nombre impair	$\frac{1}{z\sqrt{n}}$	$\frac{1}{z\sqrt{C(1)n}}$	$\frac{1}{z\sqrt{C(2)n}}$	$\frac{1}{z\sqrt{C(3)n}}$		$\frac{1}{z\sqrt{C(k)n}}$

La probabilité p_k de perdre le diviseur 2 au bout de k itérations se calcule donc ainsi :

$$p_k = 1-(1-\frac{1}{z\sqrt{n}})(1-\frac{1}{z\sqrt{C(1)n}})(1-\frac{1}{z\sqrt{C(2)n}})(1-\frac{1}{z\sqrt{C(3)n}})\ldots(1-\frac{1}{z\sqrt{C(k)n}})$$

Avec z= $4/(2+\sqrt{2})$ et C(k) de forme inconnue pour le moment.

Il nous reste à déterminer si la limite de p_k lorsque k tend vers l'infini est 0 ou 1 (ou une constante comprise entre les deux, mais cela est peu probable !).

Cela revient à démontrer que le produit ci-dessus tend respectivement vers 1 ou 0.
Si l'on n'arrive pas à montrer cela pour le produit ainsi écrit, il va falloir respectivement le minorer et montrer que ce minorant tend vers 1 ou le majorer et montrer que ce majorant tend vers 0.

???
Et là, grand blanc pour cette étude aux limites pour le moment !!!
???

Nous venons de proposer un argument heuristique qui montre que presque tous les nombres pairs qui sont le départ de suites aliquotes, assurent que cette suite aliquote gardera indéfiniment le guide 2 dans ses termes successifs.

Si nous pouvions proposer aussi un tel argument avec le guide 3, nous aurions de sérieuses raisons pour chercher ensuite à infirmer rigoureusement la conjecture de Catalan. En effet, le guide 6 sur tous les termes d'une suite aliquote assurerait sa croissance indéfiniment, car si n=6q, avec q premier (et donc a plus forte raison si n =6B avec B composé), on a :
$\sigma'(n) = 1 + 2 + 3 + 6 + n/2 + n/3 + n/6 + n/q + n/(2q) + \ldots > n$

<u>B) Discussion sur la conservation du guide 3 :</u>

Il y a deux cas possibles :
Cas 1 : Soit il existe une suite aliquote conservant indéfiniment le guide 3 dans ses termes successifs.
Cas 2 : Soit toute suite aliquote finit obligatoirement par perdre le guide 3.

Si le guide 3 peut se conserver indéfiniment dans les termes d'une suite aliquote, alors, le problème est réglé.
Si le guide 3 ne peut pas se conserver indéfiniment, il va falloir prouver que une fois perdu, on va le retrouver.
<u>Il faut aussi montrer qu'on le retrouve plus vite qu'on ne le perd ! (toute l'idée est là !!!).</u>

<u>Essayons de trancher entre le cas 1 et le cas 2 :</u>

Le premier problème est qu'on ne connaît qu'une majoration de la loi de raréfaction des nombres n=0[3] tels que $\sigma'(n) \neq 0[3]$, voir le travail de Razvan Barbulescu et Youssef Chtaibi :
Un nombre n=0[3] a de l'ordre de une chance sur $(\ln(\ln n)^{(1/2)})$ de perdre le guide 3.

Cela donne le tableau suivant :

	Après itération 1	Après itération 2	Après itération 3	Après itération 4	...	Après itération k
Ordre de grandeur du terme (départ sur l'entier n)	C(1)n	C(2)n	C(3)n	C(4)n		C(k)n
Probabilité de tomber sur un nombre impair	$\frac{1}{\ln(\ln(n))^{1/2}}$	$\frac{1}{\ln(\ln(C(1)n))^{1/2}}$	$\frac{1}{\ln(\ln(C(2)n))^{1/2}}$	$\frac{1}{\ln(\ln(C(3)n))^{1/2}}$		$\frac{1}{\ln(\ln(C(k)n))^{1/2}}$

Si n=6q, avec q premier (et donc a plus forte raison si n =6B avec B composé), on a :
σ'(n) = 1 + 2 + 3 + 6 + n/2 + n/3 + n/6 + n/q + n/(2q) + ... > n

La probabilité p de perdre le diviseur 3 au bout de x itérations se calcule donc ainsi :

$$p_k = 1-\left(1-\frac{1}{\ln[\ln(n)]^{1/2}}\right)\left(1-\frac{1}{\ln[\ln(C(1)n)]^{1/2}}\right)\left(1-\frac{1}{\ln[\ln(C(2)n)]^{1/2}}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{\ln[\ln(C(k)n)]^{1/2}}\right)$$

Il nous reste à déterminer si la limite de p lorsque x tend vers l'infini est 0 ou 1 (ou une constante comprise entre les deux, mais cela est peu probable !).
Cela revient à démontrer que le produit ci-dessus tend respectivement vers 1 ou 0.
Si l'on n'arrive pas à montrer cela pour le produit ainsi écrit, il va falloir respectivement le minorer et montrer que ce minorant tend vers 1 ou le majorer et montrer que ce majorant tend vers 0.

Ou alors peut-être faut-il refaire tout ce travail en remplaçant 1/(ln(ln n)^(1/2)) par :
1/((ln n)^((1/2)*ln(2)), en vertu du message de Razvan Barbulescu :

C'est pour cette raison que je ne sais pas quelle est la vraie densité. Le problème est que les nombres qui perdent leur facteur 3 sont inclus, mais pas identiques au nombres de Loeschian. Quant aux nombres de Loeschian, avec les mains, j'ai toujours l'intuition que la densité est 1/(ln(n))^[(1/2)ln(2)]. En effet, l'equation x^2+xy+y^2=n semble avoir 2^w(n) solutions avec w(n) le nombre de facteurs premiers de n congruents a 1 mod 3. Le théorème de Erdos-Kac dit que le nombres de diviseurs premiers de n est ~ln(ln n). Avec les mains on peut dire w(n)~1/2 ln(ln n). Donc l'équation a autour de (ln n)^[(1/2)ln 2] solutions. Comme les solutions possibles, tout confondu, pour les nombres 1,2,...,n-1,n sont en nombre de sqrt(n)*sqrt(n), car sqrt(n) valeurs pour x et autant pour y, les nombres m inférieurs à n qui ont des solutions de x^2+xy+y^2=m sont autour de n/(ln n)^[(1/2)ln(2)].

On ne réécrira pas ici le tableau semblable aux deux précédents.

Cela donnerait la très sympathique probabilité p de perdre le diviseur 3 :

$$p_k = 1-(1-\frac{1}{(\ln n)^{\frac{1}{2}(\ln 2)}})(1-\frac{1}{[\ln(C(1)n)]^{\frac{1}{2}(\ln 2)}})(1-\frac{1}{[\ln(C(2)n)]^{\frac{1}{2}(\ln 2)}})\ldots(1-\frac{1}{[\ln(C(k)n)]^{\frac{1}{2}(\ln 2)}})$$

???
Et là, grand blanc aussi pour cette étude aux limites pour le moment !!!
???

Comme dit plus haut : si l'on trouve des probabilités nulles, alors, on aura de bonnes raisons de supposer vraie l'affirmation que le diviseur 3 peut subsister indéfiniment dans les termes successifs d'une suite aliquote, et donc de chercher à infirmer rigoureusement la conjecture de Catalan.

Si cette probabilité tend vers 1, alors tout n'est pas perdu non plus ! Cela voudrait dire que le diviseur 3 se perdra à coup sûr au bout d'un certain nombre d'itérations. Mais on peut ensuite le retrouver ! <u>Et il se peut qu'on le retrouve significativement plus vite qu'on ne le perd</u> ! Cela n'est pas incompatible avec le théorème de Chtaibi-Garambois qui dit juste qu'il est d'autant plus difficile de perdre le diviseur3 que les termes de la suite deviennent grands. De plus, dans ce cas 2, il faudra retirer la conjecture N°1 de Garambois.

Donc, dans ce cas, au bout d'un certain nombre d'itérations, pour un terme de la suite aliquote n=0[3], on aura nécessairement σ'(n)=1 ou 2 [3].
Si σ'(n)=2[3], alors, on a nécessairement σ '(σ '(n))=1[3], voir la démonstration de Youssef Chtaibi.
Il nous reste donc à étudier la dynamique entre les nombres n=0[3] tels que σ'(n)=1[3] et leur densité d_1 et entre les nombres n=1[3] tels que sigma'(n)=0[3] et leur densité d_2.

Des essais numériques résument cette dynamique dans le tableau ci-dessous :

	n=0[3]			n=1[3]			n=2[3]		
	σ'(n)=0[3]	σ'(n)=1[3]	σ'(n)=2[3]	σ'(n)=0[3]	σ'(n)=1[3]	σ'(n)=2[3]	σ'(n)=0[3]	σ'(n)=1[3]	σ'(n)=2[3]
entiers jusqu'à 100	65%	15%	20%	14%	40%	46%	0%	100%	0%
entiers jusqu'à 10 000	78.01%	6.71%	15.28%	13.51%	26.07%	60.42%	0%	100%	0%
entiers jusqu'à 10 000 000	82.5991 %	6.771%	10.6299 %	13.3708 %	19.2907 %	67.3383 %	0%	100%	0%
1000 entiers entre 10^{20} et 10^{20}+3000	90.2%	5.3	4.5%	8.6%	11.2%	80.2%	0%	100%	0%
1000 entiers entre 10^{40} et 10^{40}+3000	93.5%	2.6%	3.9%	7.3%	6.8%	85.9%	0%	100%	0%
1000 entiers entre 10^{60} et 10^{60}+3000	95.2%	2.6%	2.2%	5.9%	7.2%	86.9%	0%	100%	0%

Si on a une idée de la probabilité de perdre le diviseur 3, ou ce qui revient au même, du nombre d'itérations qu'il faut pour perdre ce diviseur, on n'a pour le moment aucune idée de la probabilité de le retrouver une fois perdu. Car cette dernière probabilité semble elle aussi diminuer lorsque la taille des termes augmente.

Mais précisément, une fois ce diviseur 3 perdu, la taille des termes devrait diminuer, ce qui devrait augmenter au fur et à mesure la probabilité de retrouver ce diviseur 3. C'est pour cela que je crois que la conjecture de Catalan est fausse...

Il faudra aussi tenir compte du nouveau facteur de décroissance moyen de la suite aliquote, une fois le diviseur 3 perdu, facteur qui sera inférieur à 1.

S'il faut significativement moins d'itérations pour retrouver 3 que pour le perdre, on aura peut-être gagné : tout se passerait alors comme s'il se conservait indéfiniment !

Il va falloir connaître pour cela la loi de densité des n=1[3] tels que sigma'(n)=0[3].

Note :

Ce document a déjà été modifié et corrigé plusieurs fois, à la suite d'échanges avec Youssef Chtaibi et Cédric Barret. C'est un document qui vise juste à donner des idées à ses lecteurs, plus qu'à les convaincre que ce qui y est inscrit est rigoureusement exact.

Subsistent quelques remarques justifiées de Cédric Barret, qui montrent que ce qui est ci-dessus est bien à prendre avec "des pincettes" :

Mais pour moi le principal problème est encore autre : il concerne la notion de "probabilité qu'un entier vérifie une certaine condition".
En effet il impossible de définir correctement un espace probabilisé sur |N, ensemble des entiers naturels.
Le "Paradoxe des cordes de Bertrand" montre que la définition de l'espace probabilisé (sur un disque dans l'exemple) peut se faire de plusieurs façons différentes, aboutissant à des résultats différents mais corrects mathématiquement.
La pj "Lire le problème 1" pose à mon avis la question essentielle, je n'ai pas encore de démonstration mais je sens que la réponse est non, ce qui empêcherait de définir une probabilité satisfaisante (i.e. compatible avec l'arithmétique) sur l'ensemble des entiers naturels : à approfondir.

Je pense que le problème est la confusion que l'on fait entre probabilité et densité.
Par exemple pour les nombres premiers :
Le nombre de nombres premiers <=n est de l'ordre de pi(n)=n/ln(n).
La densité des nombres premiers "autour de n" est donc de l'ordre de pi(n)/n=1/ln(n).
Cependant le "autour de n" est trompeur : **1/ln(n) donne la probabilité qu'un entier choisi au hasard entre 0 et n soit premier** !
n étant fixé, la probabilité sous jacente est bien définie : il s'agit de l'équiprobabilité sur [|0,n|].
Le problème est qu'on ne peut pas dire que, **l'entier n étant donné, la probabilité que cet entier soit premier est 1/ln(n)**, ceci n'a pas de sens mathématiquement il me semble (il y a une nuance entre fixer n puis choisir un entier au hasard dans [|0,n|], et choisir un entier n au hasard dans |N).

Du coup la notion même de "probabilité que n soit un carré parfait ou double de carré parfait" me paraît mal définie.
Ce qui tue ton texte à la source je crois.

2) Généralisation : étude des "tableaux dynamiques" pour tous les entiers pour tenter de voir si l'on retrouve un guide une fois qu'il a été perdu.

Le tableau ci-dessus peut-être établi pour les entiers autres que 3.

Visualisons ces tableaux pour tous les entiers de t=1 à t=30 en cliquant sur le lien ci-dessous :

modulo_30_10000

Explication : comment lire ces tableaux ?

Prenons comme exemple le tableau pour t=5

```
************************    t=5    *****************************

t=5    m=0    d=[3375, 1545, 1717, 1607, 1756]    s=10000
t=5    m=1    d=[153,  4363, 391,  1937, 3156]    s=10000
t=5    m=2    d=[846,  2111, 323,  3354, 3366]    s=10000
t=5    m=3    d=[2583, 1896, 3867, 931,  723]     s=10000
t=5    m=4    d=[2356, 4598, 1499, 553,  994]     s=10000

Proportion de zéros dans le tableau : 0 sur 25 soit 0.0 %
Proportion de uns dans le tableau : 0 sur 25 soit 0.0 %
Proportion de deux dans le tableau : 0 sur 25 soit 0.0 %
```

Les s=10000 donnent la somme des éléments d'une ligne.

La première ligne signifie que pour les 10000 premiers multiples de 5, c'est à dire pour tous les n=0[5] de 5 à 50000, il y en a 3375 dont σ'(n)=0[5], 1545 dont σ'(n)=1[5], 1717 dont σ'(n)=2[5], 1607 dont σ'(n)=3[5] et 1756 dont σ'(n)=4[5].

La deuxième ligne signifie que pour les 10000 premiers nombres qui valent 1 modulo 5, c'est à dire pour tous les n=1[5] de 1 à 49996, il y en a 153 dont σ'(n)=0[5], 4363 dont σ'(n)=1[5], 391 dont σ'(n)=2[5], 1937 dont σ'(n)=3[5] et 3156 dont σ'(n)=4[5].

Etc...

Le moins que l'on puisse dire, c'est qu'il ne semble pas apparaître de règle générale à la vue de ces tableaux !

A présent, visualisons ces tableaux aux alentours de 10^40 pour tous les entiers de t=3 à t=30 en cliquant sur le lien ci-dessous :

modulo_30_10000_1e40

Ces tableaux se lisent tels qu'expliqué précédemment.

Voyons la tableau avec t=3 :

```
**************************    t=3    ***************************

t=3     m=0     d=[9324, 331,    345]      s=10000
t=3     m=1     d=[666,  689,    8645]     s=10000
t=3     m=2     d=[0,    10000,  0]        s=10000

Proportion de zéros dans le tableau : 2 sur 9 soit
22.2222222222222 %
Proportion de uns dans le tableau : 0 sur 9 soit 0.0 %
Proportion de deux dans le tableau : 0 sur 9 soit 0.0 %
```

Ce tableau est à peu près le même que celui aux colonnes grisées trois pages au-dessus de l'étude précédente et contient les mêmes informations que la ligne :

1000 entiers entre 10^{40} et 10^{40}+3000	93.5%	2.6%	3.9%	7.3%	6.8%	85.9%	0%	100%	0%

Mais pas tout à fait les mêmes informations car les calculs ont été faits pour 10000 entiers pour chaque ligne comme expliqué ci-dessous :

3*10^40, 3*10^40+3, 3*10^40+6... pour la première ligne.

3*10^40+1, 3*10^40+4, 3*10^40+7... pour la deuxième ligne.

3*10^40+2, 3*10^40+5, 3*10^40+8... pour la première ligne.

Bien évidemment, la troisième ligne dit que si n=2[3], alors σ'(n)=1[3], ce qui avait été dit plus haut et ce qui a été démontré par Youssef Chtaibi.

Voyons maintenant le tableau pour t=7 :

```
****************************   t=7   ****************************

t=7    m=0    d=[5467, 793,  735,  720,  742,  771,  772]    s=10000
t=7    m=1    d=[597,  783,  1160, 636,  443,  901,  5480]   s=10000
t=7    m=2    d=[1071, 645,  950,  648,  708,  5502, 476]    s=10000
t=7    m=3    d=[690,  1129, 759,  365,  5470, 1076, 511]    s=10000
t=7    m=4    d=[550,  810,  787,  5593, 915,  741,  604]    s=10000
t=7    m=5    d=[874,  1064, 5593, 770,  450,  576,  673]    s=10000
t=7    m=6    d=[619,  5631, 645,  812,  819,  526,  948]    s=10000

Proportion de zéros dans le tableau : 0 sur 49 soit 0.0 %
Proportion de uns dans le tableau : 0 sur 49 soit 0.0 %
Proportion de deux dans le tableau : 0 sur 49 soit 0.0 %
```

On voit bien que si on en faisait une matrice carrée, alors elle serait de la forme :

G	p	p	p	p	p	p
p	p	p	p	p	p	**G**
p	p	p	p	p	**G**	p
p	p	p	p	**G**	p	p
p	p	p	**G**	p	p	p
p	p	**G**	p	p	p	p
p	**G**	p	p	p	p	p

ATTENTION : tous les p et tous les G ne sont pas égaux ici, c'est juste l'ordre de grandeur, les p sont des petits nombres par rapport aux G et valent même souvent 0 (pour t pas premier) et les G sont des grands nombres par rapport aux p.

Et cette propriété semble se vérifier pour tous les entiers de t=3 à t=30.

Concrètement, la première ligne signifie que si n=0[t], alors σ'(n) tend à valoir 0[t], donc que la fonction σ' tend à garder un guide ou un diviseur (et cela d'autant plus que n est grand, ce qui ne ressort pas ici), mais cela est démontré par Youssef Chtaibi.

Une nouvelle conjecture vite démontrée

Et cela signifie aussi que l'on pouvait conjecturer que si n=m[t], n étant un grand nombre, alors σ'(n) est presque toujours égal à (t-m)[t].

Et cela a été démontré très rapidement par Youssef Chtaibi : c'est une généralisation du cas particulier où m=0.

Démonstration :

D'après le lemme N°5 de la démonstration du théorème de Chtaibi-Garambois, pour tout entier t, pour presque tous les entiers n, on a t qui divise σ(n).

Donc, pour presque tous les nombres n on a :

σ(n)=0[t]

Donc pour presque tous les nombres n on a :

σ'(n)+n=0[t] ce qui implique σ'(n)=-n[t]

donc si n=m[t] alors σ'(n)= -m= (t-m)[m]

CQFD

On comprend à l'aide de ce qui précède la propriété observée dans nos tableaux.

Malheureusement, cela ne nous aide pas beaucoup pour savoir si on risque ou non de retrouver un guide ou un diviseur une fois perdu. En effet, les nombres n=m[t] ont des σ'(n) plutôt égaux à (t-m)[t] et par conséquent les σ'(σ'(n)) tendent à nouveau à être égaux à (t-(t-m))[t]=m[t].

On oscille donc à chaque fois entre les deux valeurs de m sans retomber sur des nombres qui vaudraient 0[t].

Il faudrait donc faire une étude "quantitative" plus poussée que cette étude juste "qualitative".

Visualisons aussi le tableau pour t=14 :

```
***************************************    t=14    ***************************************

t=14    m=0     d=[6244, 0, 614, 0, 677, 0, 576, 0, 629, 0, 652, 0, 608, 0]
t=14    m=1     d=[0, 890, 0, 710, 0, 1240, 0, 633, 0, 1418, 0, 516, 0, 4593]
t=14    m=2     d=[994, 0, 811, 0, 655, 0, 384, 0, 448, 0, 507, 0, 6201, 0]
t=14    m=3     d=[0, 1304, 0, 385, 0, 1215, 0, 818, 0, 850, 0, 4778, 0, 650]
t=14    m=4     d=[492, 0, 796, 0, 582, 0, 454, 0, 750, 0, 6341, 0, 585, 0]
t=14    m=5     d=[0, 1297, 0, 811, 0, 668, 0, 1202, 0, 4808, 0, 394, 0, 820]
t=14    m=6     d=[456, 0, 647, 0, 816, 0, 897, 0, 6225, 0, 638, 0, 321, 0]
t=14    m=7     d=[0, 870, 0, 873, 0, 882, 0, 4705, 0, 858, 0, 892, 0, 920]
t=14    m=8     d=[596, 0, 889, 0, 384, 0, 6303, 0, 558, 0, 584, 0, 686, 0]
t=14    m=9     d=[0, 791, 0, 826, 0, 4842, 0, 1165, 0, 1053, 0, 771, 0, 552]
t=14    m=10    d=[562, 0, 601, 0, 6255, 0, 448, 0, 960, 0, 308, 0, 866, 0]
t=14    m=11    d=[0, 874, 0, 4796, 0, 1025, 0, 568, 0, 793, 0, 1158, 0, 786]
t=14    m=12    d=[580, 0, 6431, 0, 522, 0, 529, 0, 774, 0, 684, 0, 480, 0]
t=14    m=13    d=[0, 5094, 0, 1074, 0, 700, 0, 678, 0, 699, 0, 776, 0, 979]

Proportion de zéros dans le tableau : 98 sur 196 soit 50.0 %
Proportion de uns dans le tableau : 0 sur 196 soit 0.0 %
Proportion de deux dans le tableau : 0 sur 196 soit 0.0 %
```

Il semblerait que dès que t est le double d'un nombre premier, on alterne les 0 et les valeurs non nulles dans les lignes des tableaux.

Le fait qu'il y ait à chaque fois 50% de zéros dans les tableaux pour t doubles de premiers ne doit pas relever du seul hasard !

Une autre nouvelle conjecture vite démontrée, car conséquence de la précédente

A la vue de ce(s) tableau où t est le double d'un nombre premier, il semblerait que si n=m[t], n étant un grand nombre, alors σ'(n)=m'[t] avec m' presque toujours de même parité que m.

Cette propriété est en fait impliquée par la conjecture précédente démontrée par Youssef Chtaibi. En effet, si n=m[t], n étant un grand nombre, alors σ'(n) est presque toujours égal à (t-m)[t]=m'[t] et si t est pair, m et m' auront alors presque toujours même parité.

D'autres choses à remarquer ?

Il doit y avoir un tas d'autres choses à remarquer, notamment pour les valeurs composées de t et surtout pour les t qui sont des drivers au sens de Richard Guy et de John Selfridge.

Voire une propriété unique qui généraliserait tout cela.

Il est trop tôt pour dire si ces recherches vont aboutir à quelque chose d'utile pour infirmer la conjecture de Catalan !

Note : l'idéal serait d'avoir les mêmes tableaux au voisinage de 10^100 pour 10000 entiers !